Espaces Vectoriels et leurs Propriétés

Mathématiques · Answer Key · 18 Questions

1. Dans la définition d'un K-espace vectoriel, que représente K ?

A) Un ensemble d'entiers
B) L'ensemble des nombres réels (R) ou complexes (C)
C) Un espace géométrique
D) Un ensemble de vecteurs

2. Selon la définition, qu'est-ce qu'un K-espace vectoriel (E, +, ·) doit satisfaire concernant l'addition '+' ?

A) Elle doit être uniquement associative.
B) Elle doit être associative, commutative, et admettre un élément neutre.
C) Elle doit être commutative et admettre un inverse pour chaque élément.
D) Elle doit être associative, commutative, admettre un élément neutre et chaque élément doit avoir un inverse.

3. Qu'est-ce que l'élément neutre '0E' dans un espace vectoriel ?

A) Un vecteur quelconque de l'espace.
B) Le nombre 1.
C) Un élément qui, lorsqu'il est ajouté à tout autre élément de l'espace, ne change pas cet autre élément.
D) L'inverse additif de tout élément.

4. Dans la définition de la multiplication scalaire (·) dans un K-espace vectoriel, quelle propriété stipule que la multiplication par le scalaire '1' laisse le vecteur inchangé ?

A) (ii)
B) (iii)
C) (iv)
D) (v)

5. Quelle est la condition pour qu'un sous-ensemble F d'un espace vectoriel E soit un sous-espace vectoriel ?

A) F doit être non vide et stable par addition.
B) F doit être non vide et stable par multiplication scalaire.
C) F doit être non vide et stable par addition et par multiplication scalaire.
D) F doit contenir l'élément neutre et être stable par multiplication scalaire.

6. Quelle proposition caractérise techniquement un sous-espace vectoriel ?

A) 0E ? F et ?u + uv ? F pour tous ?, u ? K et u, v ? F.
B) 0E ? F et u + v ? F pour tous u, v ? F.
C) ?x ? F pour tout ? ? K et x ? F.
D) F doit être non vide.

7. Que peut-on dire de l'intersection de plusieurs sous-espaces vectoriels d'un K-espace vectoriel E ?

A) Elle n'est jamais un sous-espace vectoriel.
B) Elle est toujours un sous-espace vectoriel.
C) Elle est un sous-espace vectoriel uniquement si l'un des sous-espaces est inclus dans les autres.
D) Elle peut être un sous-espace vectoriel mais pas toujours.

8. Que représente Vect(e1, e2, ..., en) ?

A) L'ensemble de toutes les combinaisons linéaires des vecteurs e1, ..., en.
B) La somme des vecteurs e1, ..., en.
C) Le produit scalaire des vecteurs e1, ..., en.
D) Un sous-espace vectoriel de dimension n.

9. Quand dit-on qu'une famille (e1, e2, ..., en) est une famille génératrice d'un K-espace vectoriel E ?

A) Si E = Vect(e1, e2, ..., en).
B) Si la famille est libre.
C) Si tous les vecteurs de E peuvent s'écrire comme combinaison linéaire des ei.
D) Si n est égal à la dimension de E.

10. Quelle est la condition pour qu'une famille de vecteurs soit une base d'un espace vectoriel ?

A) Elle doit être libre.
B) Elle doit être génératrice.
C) Elle doit être libre ET génératrice.
D) Elle doit contenir autant de vecteurs que la dimension de l'espace.

11. Que signifie qu'un espace vectoriel est de dimension finie ?

A) Il contient un nombre fini de vecteurs.
B) Il admet une famille génératrice finie.
C) Il a une dimension égale à 0.
D) Il ne contient que le vecteur nul.

12. Si une famille (e1, ..., en) est libre dans un espace vectoriel E de dimension n, que peut-on conclure ?

A) Elle est génératrice.
B) Elle est une base de E.
C) Elle est liée.
D) Elle n'est pas forcément une base.

13. Si une famille est génératrice d'un espace vectoriel E de dimension n, que peut-on conclure ?

A) Elle est libre.
B) Elle est une base de E.
C) Elle est liée.
D) Elle n'est pas forcément une base.

14. Que peut-on dire de la dimension d'un sous-espace vectoriel F par rapport à la dimension de l'espace vectoriel E dont il est un sous-espace ?

A) dim(F) > dim(E)
B) dim(F) < dim(E)
C) dim(F) = dim(E)
D) dim(F) <= dim(E)

15. Si dim(F) = dim(E) et que F est un sous-espace vectoriel de E, que peut-on conclure ?

A) F n'est pas égal à E.
B) F est égal à E.
C) F est un espace vectoriel de dimension 1.
D) F est l'espace nul.

16. Que représente le rang d'une famille de vecteurs (e1, ..., en) ?

A) Le nombre de vecteurs dans la famille.
B) La dimension de l'espace vectoriel E.
C) La dimension de Vect(e1, ..., en).
D) Le nombre minimal de vecteurs pour engendrer E.

17. Comment est définie la matrice colonne associée à un vecteur x dans une base B = (e1, ..., en) ?

A) La matrice dont les colonnes sont les vecteurs e1, ..., en.
B) La matrice dont les lignes sont les coordonnées de x dans la base B.
C) La matrice dont la seule colonne contient les coordonnées de x dans la base B.
D) La matrice identité.

18. Dans la base canonique de Kn, comment est représenté un vecteur ?

A) Par une matrice ligne.

B) Par une matrice colonne où chaque élément est une coordonnée du vecteur.

C) Par un scalaire.

D) Par un polynôme.